

# 垂直に立てた管水路内の流れ解析

田中良和\*・向井章恵\*・樽屋啓之\*

## 目次

目次		
I 緒言	101	4 水面判定
II 概要	101	IV 実験における流速の計測方法
III 解析方法	102	V 解析例
1 MPS法	102	VI 結果と考察
2 表面張力	102	VII 結言
3 初期粒子配置	103	参考文献
		Summary

## I 緒言

MPS法(Moving Particle Semi-implicit method)(Koshizuka・Oka, 1996; 越塚, 1997)は, 移動する流体粒子を計算点と見なし, 流体の運動方程式を流体粒子間相互作用の式に置き換えて計算するラグランジュ的視点に基づく流体解析手法である。よって, 界面の大変形(Koshizukaら, 1998)や混層流(後藤ら, 2001)など自由水面の存在する流れを容易に解析できる長所が注目されてきた。MPS法のもう一つの長所として, 粒子一つ一つを局所平衡状態と見なして, 熱力学的な変化を伴う数値流体解析を容易に行うことが考えられる。越塚ら(1998)は, この特徴を利用してMPS法によって相変化を伴う熱流動解析を精度良く行った。

一方, 交付金研究「パイプライン系におけるカルシウムスケール生成予測手法の開発」では, 炭酸カルシウムスケールの生成要因に関する実験によって, 水面付近の水中の遊離炭酸が大気中へ移動することにより, 炭酸カルシウムスケールの生成が促進されることが明らかになった(田中ら, 2001)。実験結果から判断すると, 農業用パイプラインの形態がクローズドタイプであれば, 炭酸カルシウムスケールの管内付着はないと考えられるが, オープンタイプである場合, ファームポンドにおいて1次水槽から2次水槽への越流や2次水槽内での対流によって生成が促進される恐れがある。よって, パイプライン系の炭酸カルシウムスケール生成予測シミュレーションの開発において, 管内部よりもファームポンド内部における炭酸カルシウムスケ

ールの生成量の算出が重要であり, 越流堰における急変流の水面を検出できることが必要である。

MPS法は, 急激に変化する自由水面を伴う流れや化学変化を伴う流れの解析を容易に行うことが期待されると同時に, 流れの運動方程式における移流項を粒子間相互作用の式に置き換えて, 陽的に計算するため, 空間一階微分に起因する数値拡散を回避して, 微量な炭酸カルシウムスケールの生成量を算出できることが期待できる(Tanakaら, 2003; 田中ら, 2003a, 田中ら, 2003b)。

炭酸カルシウムスケールの生成予測シミュレーションへMPS法を適用するに当たり, 計算結果の精度の確認を行うことが必要である。これまで, 粒子法による大変形の流れの精度確認は, ダム崩壊流れをベンチマーク試験とし, 可視化実験との比較判断によって行われてきた。しかし, 粒子法による水槽内の流れの計算では, 粒子の初期配置方法によって, 圧力や流速の分布が異なることが知られている(田中ら, 2003b)。ファームポンド内の流れを計算するためには, 水槽内の流れの計算精度を確認することが必要である。

そこで, 本研究では, 水槽内に垂直に立てた管内の水が振動するときの流れをMPS法にて数値解析して, 流れ可視化実験との比較によって, MPS法の有効性を検討した。

## II 概要

解析例の形状境界は, 曲がりのない直線管路を垂直に立てた構造とした。

この構造における流れの現象は, 単管水路の上端部を閉塞し, 内部に水が無い初期状態から, 上端部を解放することによって始まる。その後, 単管水路内の水面が上昇して水槽の水面よりも高く突出する。単管水路内の水面は減衰しながら上下に振動して静止する。

\*農業工学研究所 水工部 水路工水理研究室

平成16年1月9日受理

キーワード: 管路, MPS法, 粒子法, PIV, 粒子画像流速測定法

この現象を粒子法による数値解析で再現した。本稿では、非圧縮性流体の解析に適した粒子法であるMPS法を用いた。

同時に、流れの可視化実験によって、解析領域内の流速を測定し、解析結果と比較した。

### III 解析方法

#### 1 MPS法(越塚, 1997)

流体粒子の流体力学的変量は半径 \$r\$ 以内の流体粒子との距離に応じた重み関数 \$W(r)\$ によって表される。分配関数 \$W(r)\$ は次式とする。

$$W(r) = \begin{cases} 1 - \frac{r^2}{R^2} & 0 \leq r < R \\ 0 & r \geq R \end{cases} \quad (1)$$

この粒子の粒子数密度 \$n\$ は次式になる。

$$n = \sum_{i \neq j} W(r_{ij}) \quad (2)$$

非圧縮条件では粒子数密度は一定値 \$n\_0\$ となる。

Navier-Stokes方程式はラグランジュ的記述に従うと次式になる。

$$\frac{\partial \vec{u}}{\partial t} = -\frac{1}{\rho} \nabla p + \nabla^2 \vec{u} + \vec{F} \quad (3)$$

ここで、\$\vec{u}\$ は流速、\$p\$ は圧力、\$\rho\$ は流体の密度、\$\nu\$ は動粘性係数、\$\vec{F}\$ は外力である。(3)式右辺の各項は、左から順に圧力項、粘性項、および外力項である。MPS法では、次式のように圧力項は勾配モデル、粘性項はラプラシアンモデルに置き換えて、粒子間相互作用を陽的に計算する。

圧力項

$$\langle \nabla p \rangle = -\frac{1}{\rho} \left[ \sum_{i \neq j} \frac{p_j - p_i}{r_{ij}} \frac{\vec{r}_{ij}}{r_{ij}^2} \right] \quad (4)$$

粘性項

$$\langle \nabla^2 \vec{u} \rangle = \frac{2}{\nu} \sum_{i \neq j} \left[ \frac{u_j - u_i}{r_{ij}} \frac{\vec{r}_{ij}}{r_{ij}^2} \right] \quad (5)$$

外力項

$$= g + \sigma \vec{n} \quad (6)$$

ここで、\$g\$ は重力、\$\sigma\$ は表面張力、\$\lambda\$ は分散を解析解と一致させるための係数である。

連続条件を満たすために、次式の圧力のポアソン方程式

を陰的に解き、流速を修正する。

$$\nabla^2 p^{*+1} = -\frac{\rho}{\Delta t^2} \frac{u^* - u^0}{0} \quad (7)$$

ここで、\$u^\*\$ は更新された粒子位置での粒子数密度、\$u^0\$ はその一定値である。

流体粒子が壁面を突き抜けないように、壁表面の粒子は圧力ポアソン方程式を解かなければならないため、計算を要しない壁内部の粒子と区別する必要がある。これを圧力壁面粒子と呼ぶことにする。

#### 2 表面張力

表面張力は次式によって表される(姫野・渡辺, 1999)。

$$= \sigma \cdot \vec{n} \quad (8)$$

ここで、\$R\$ は界面曲率、\$\sigma\$ は界面張力係数 (\$72.75 \times 10^{-3} [\text{N/m}]\$)、\$\vec{n}\$ は界面単位法線ベクトルである。

表面張力の計算方法は、Fig.1 に示すように、水面付近における粒子間相互作用を、以下のとおり方法で計算した。

水面付近に存在する流体粒子と圧力壁面粒子を水面粒子と呼ぶことにすると、水面粒子の半径の2倍の同心円内にある水面粒子を探す。水面粒子が2個あれば、各々の粒子の位置を \$p\_1\$ と \$p\_2\$ とする。2個以上の場合は粒子間距離の遠い順から \$p\_1\$ と \$p\_2\$ とする。水面粒子1と2の中間点 \$m\$ の位置は次式になる。

$$= \frac{p_1 + p_2}{2} \quad (9)$$

中間点 \$m\$ より、界面法線ベクトル \$\vec{n}\$ は次式になる。

$$\vec{n} = \frac{p_2 - p_1}{|p_2 - p_1|} \quad (10)$$

よって、界面単位法線ベクトル \$\vec{n}\$ は次式になる。

$$\vec{n} = \frac{\vec{r}_{12}}{|\vec{r}_{12}|} \quad (11)$$

さらに、界面曲率 \$R\$ は次式で表す。

$$= \frac{1}{2} \left| \frac{\vec{r}_{12}}{r_{12}} + \frac{\vec{r}_{21}}{r_{21}} \right| \quad (12)$$

界面法線ベクトル \$\vec{n}\$ と界面の間の角度 \$\theta\$ は次式で表す。

$$\cos \theta = \frac{\vec{n} \cdot \vec{r}_{12}}{r_{12}} \quad (13)$$

水面粒子のうち流体粒子のみに表面張力による外力を加える。

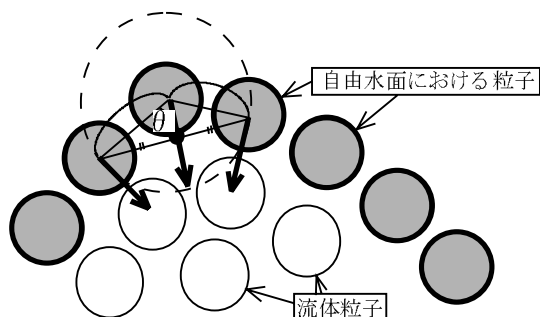


Fig.1 水面における表面張力の計算

The calculation method of surface tension in the free water surface

$$= |\sigma| |\vec{n}| \cos \theta \quad (14)$$

### 3 初期粒子配置(田中ら, 2003b)

MPS法は格子に依存しない計算手法ではあるが、粒子の位置の初期値が必要である。初期粒子位置を決定するときに必要な条件は、水面以外に存在する全ての流体粒子の粒子数密度を均一にすることである。その理由は、粒子数密度が不均一である場合には、式(7)によって計算された圧力が不均一になってしまうからである。粒子数密度を均一にしながら粒子を配置することは、全ての流体粒子の大きさが同一である場合においては、制約として厳しい。ただし、流体粒子の初期粒子配置を一斉に決定する方法として、Fig.2に図示したような正方格子か千鳥格子上への配置は容易である。正方格子上に配置した場合、高圧下において流体粒子が移動し、さらに高い粒子数密度になることができるため、粒子数密度が不均一になり、圧力が振動してしまい、初期粒子配置としては不適切である。一方、千鳥格子上に配置した場合、粒子数密度は変化はせずに、圧力振動は生じない(田中ら, 2003c; 田中ら, 2003d)。よって、初期粒子は千鳥格子上に配置した。

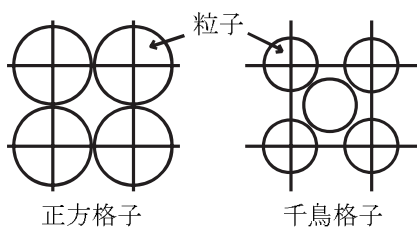


Fig.2 初期粒子の配置方法

The layout method of the particle at the initial stage

### 4 水面判定(田中ら, 2003b)

従来のMPS法における水面の判定方法は、粒子数密度の閾値によって行われている。一般的にこの閾値は0.97が用いられている。しかし、この判定方法では、しばしば水面の誤判定が起こってしまう。水面と判定された粒子は、圧力がゼロに設定されるため、圧力を正確に計算することができない。これを改善するために、水面判定の付加情報

として、Fig.3に示すような粒子間距離の2.1倍と4倍の同心円に挟まれた領域を、座標(x, y)が(+, +), (+, -), (-, -), および(-, +)の4つの事象になるように分割し、各事象内の粒子数がある閾値以下であれば、水面であると判定するようにした。なお、粒子数の閾値は8個とした。

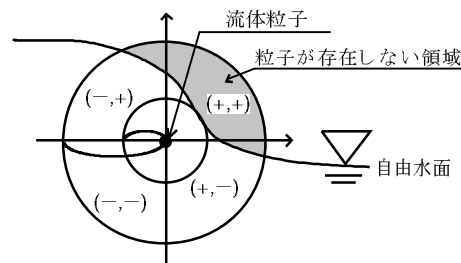


Fig.3 水面の判定方法

The judging method of free water surface

## IV 実験における流速の計測方法

実験における流速の測定は、粒子画像流速測定法(Particle Image Velocimetry, 以下、PIVと呼ぶ。)によって行った(ラッフエルら, 2000)。PIVとは、流れにトレーサ粒子を乗せて、流れを可視化した状態で、瞬間的に連続画像を撮影し、2枚の連続画像におけるトレーサ粒子像の位置を小領域毎に統計処理して、全測定領域の流速を計測する手法である。

流れの可視化実験における撮影環境をFig.4に図示する。トレーサ粒子は、水中で脱気したアルミ粉を用いた。実験装置に対して、100V150Wのクセノン電球を光源(カトウ光研製, KS150-100R)とする3mm幅のシート状の光を下方より照射して、正面方向から高速度CCDカメラ(Ditect製, HAS-200R)にて数秒間連続して撮影した。撮影速度は秒速200コマ、画像の解像度は512×512ピクセルである。撮影した連続画像から市販ソフト(Ditect製, DippFlow)を使い、画像を15×15ピクセル毎の小領域に分割して、任意の箇所の流速を計算した。

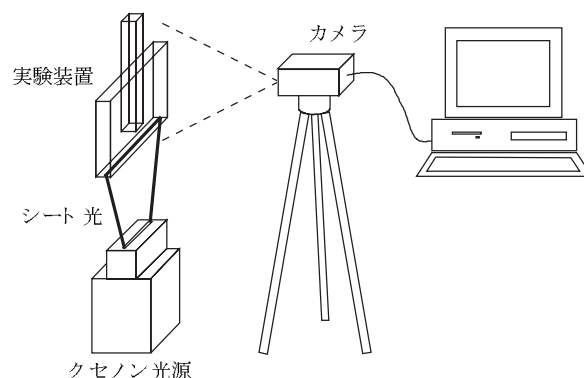


Fig.4 可視化実験における撮影環境

Photographing environment in the visualization experiment

## V 解析例

解析例は、曲がりの無い単管水路を水槽中に垂直に立てた構造にした。その構造は、Fig.5 に示すように、水深70mmの水槽に10mm平方の断面を持つ単管水路を垂直に立てている。初期状態において、単管水路の中に水が入っていないようにするために、単管水路の上端部にテープで蓋をしてから、水を水槽に注入した。単管水路の上端部のテープを瞬時に剥がすと、単管水路内の水柱が上昇し、その水面が水槽の水面よりも高く突出し、水面は数回の振動をした後に減衰して静止する。

計算において、流体粒子の直径を0.69mm、時間刻み幅を $1.0^{-5}$ s、計算時間は2.0sとした。また、運動方程式における各項を計算する際の粒子間相互作用の影響範囲は、圧力項は直径の4倍、粘性項は直径の2.1倍、および表面張力は直径の1倍の円領域内部とした。

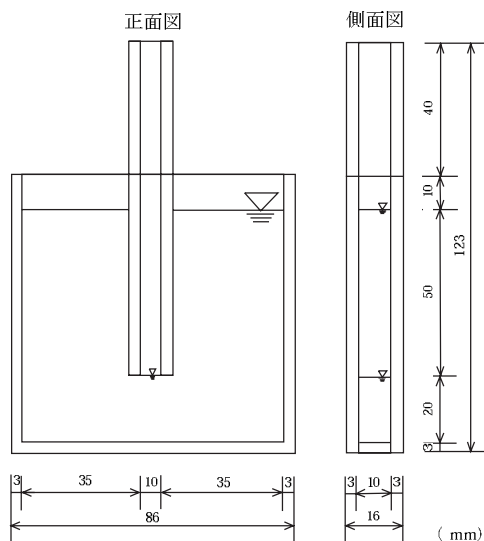


Fig.5 解析例の構造

The structure of the analysis sample

## VI 結果と考察

数値解析による水面形状と水圧の時系列変化を、Fig.6 に図示する。単管水路内の水柱は、下端部からの長さが最大7cmになるまで上昇し、その長さを減衰しながら、2周期の振動を行った後、ゆっくりと静止した。計算時間Tが0.1sまでは、単管水路内の水面が上昇し、水槽の水面は降下するため、表面張力の影響により、それぞれの形状は、凸と凹になることが計算されている。単管水路内の水面が降下してくると、この形状は逆になることが計算時間T=0.2~0.5sの図で計算されている。このように計算時間が初期の水面形状は概ね良好に表されているが、後半においては水面の不規則な乱れが大きくなった。この原因は、初期に単管水路内の水柱が大きな振幅で上下したことによ

り、水槽下部の流体粒子の運動量が大きくなり、流体粒子同士の衝突や粘性により、水槽上部の流体粒子に運動量が分配されたためであると考えられる。

圧力の大きさは、流体粒子の色が青が0Pa、赤が0.1kPaを表している。MPS法における水圧の計算値は、粒子数密度と比例関係にあるため、水圧分布が不均一になることが知られているが、初期粒子配置と水面判定の改良により、水圧分布が定性的には、良好になった。計算時間T=0.01~0.1sの計算初期において、単管水路内の水圧は非常に小さく、単管水路の下端部と水槽内の水圧差が大きいことが表されている。計算時間が進行するにつれて、単管水路内の水圧分布が水槽内の水圧分布と同様になり、水圧差はなくなった。よって、この水圧差の大きさが、単管水路内の水面が上昇する高さを決める主な要因の一つである。

次に、数値解析による流速の時系列変化を、Fig.7とFig.8に図示する。計算時間T=0.01~0.1sの計算初期において、単管水路の外側の水が単管水路下端部の方向へ降下するのに伴い、単管水路内の水は平均流速約0.6m/s程度で上昇することが計算されている。計算時間Tが0.2sの時、単管水路内の水柱は上向きの流速がなくなり、降下し始める。計算時間T=0.3~0.5sにおいて、単管水路の下端部から流出した水は、底壁に衝突した後、左右の2方向へ流れて側壁に衝突し、2つの大きな渦を形成する。渦の形成によって、単管水路を流出した流体粒子の流速は方向の多様化と大きさの均一化が促進され、この運動量の変化が、見かけ上の局所損失となり、単管水路内の水柱の振動が減衰する原因の一つになっている。

次に、実験による水面形状の時系列変化をFig.9に示す。実験における水面形状は、解析結果の水面よりも凹凸が大きいように見えるが、これは実験装置が奥行き10mmであるため、水面の縦横2方向に表面張力が作用したのが原因である。

最後に、実験による流速の時系列変化をFig.10に図示する。定性的な流速分布は解析結果と同様になった。初期段階において、水槽水面が降下し、単管水路の外側の水が、単管水路の下端部へ向かって流れる。単管水路内の流速の大きさも解析結果と同程度である。単管水路の水面が降下し、下端部から流出した水は、2つの大きな渦を形成している。実験結果では、流速の計測箇所が一定間隔で規則的に並んでいるため、解析結果と比較して見やすい。ただし、水面下でベクトルの表示が無い箇所は、トレーサ粒子が撮影されなかった箇所である。また、水面上とそれより上にあるベクトルはトレーサ粒子以外の像を誤認識して計測したものである。

単管水路内の水柱の長さを、単管水路下端部から単管水路内の水面までとして、解析結果と実験結果とを比較すると、Fig.11のように、その大きさと周期が良好な一致を示した。

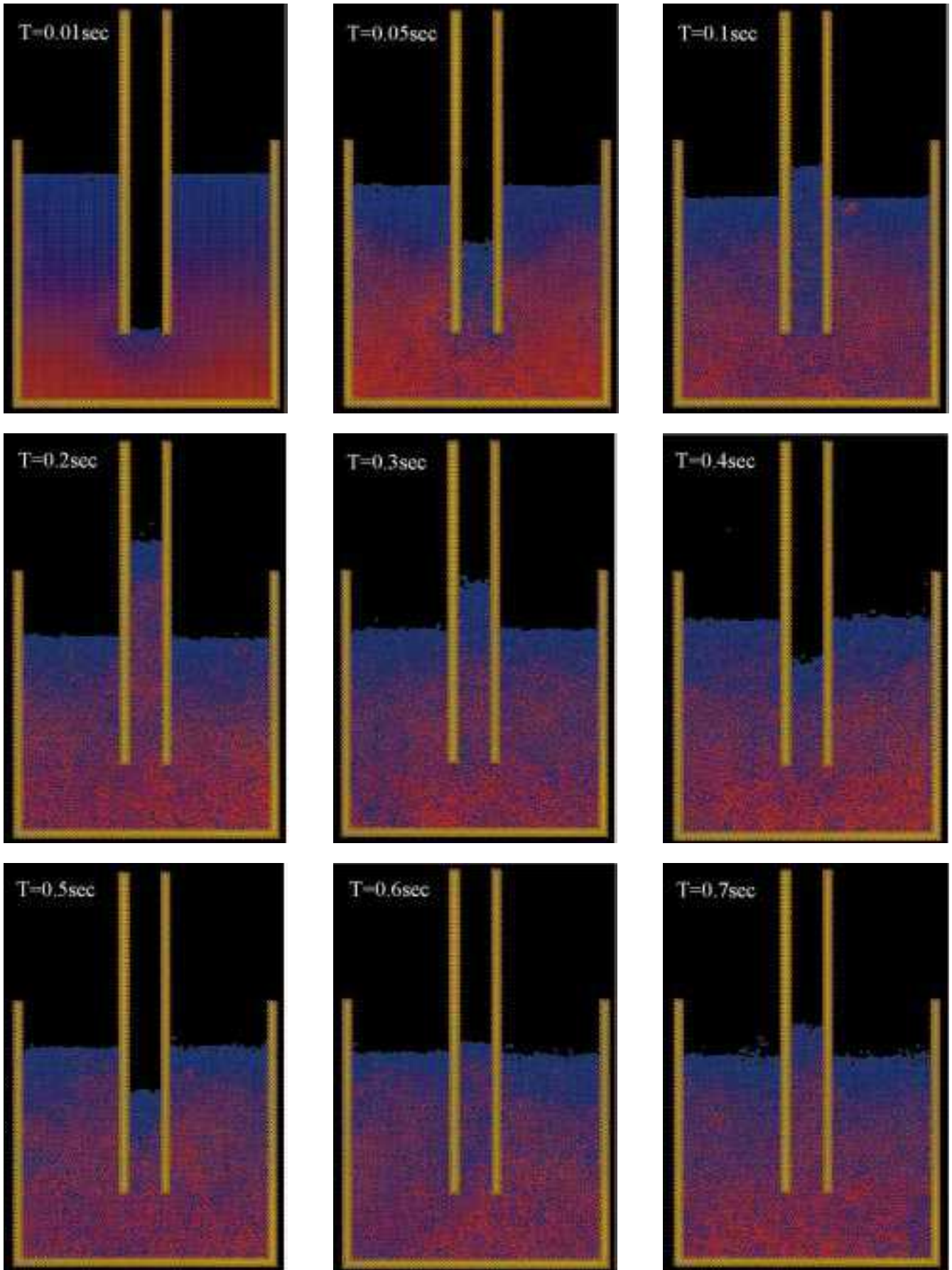


Fig.6 水面形状と圧力の計算結果

The calculation result of the water surface profile and the pressure

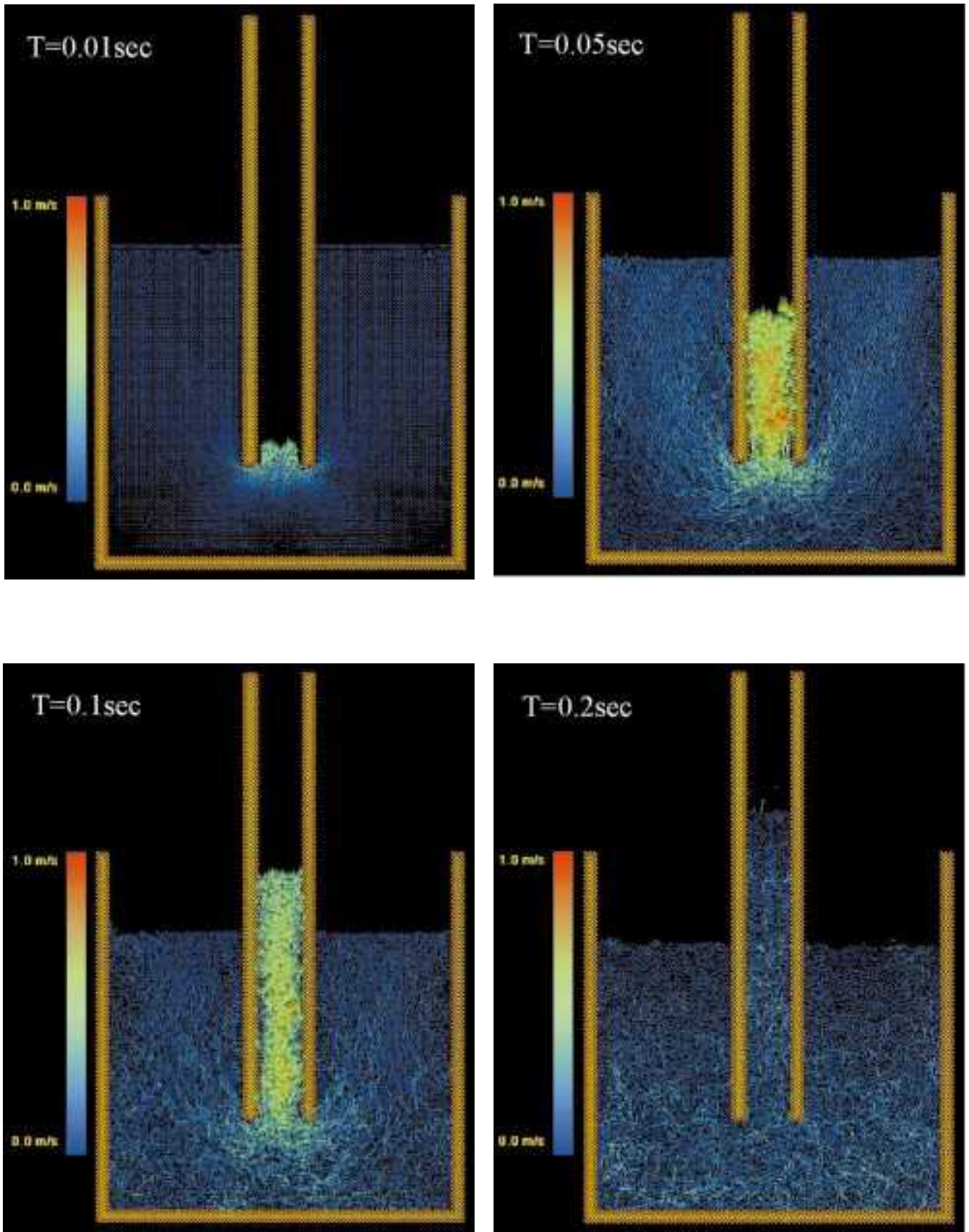


Fig.7 流速の計算結果  
The calculation result of flow velocity

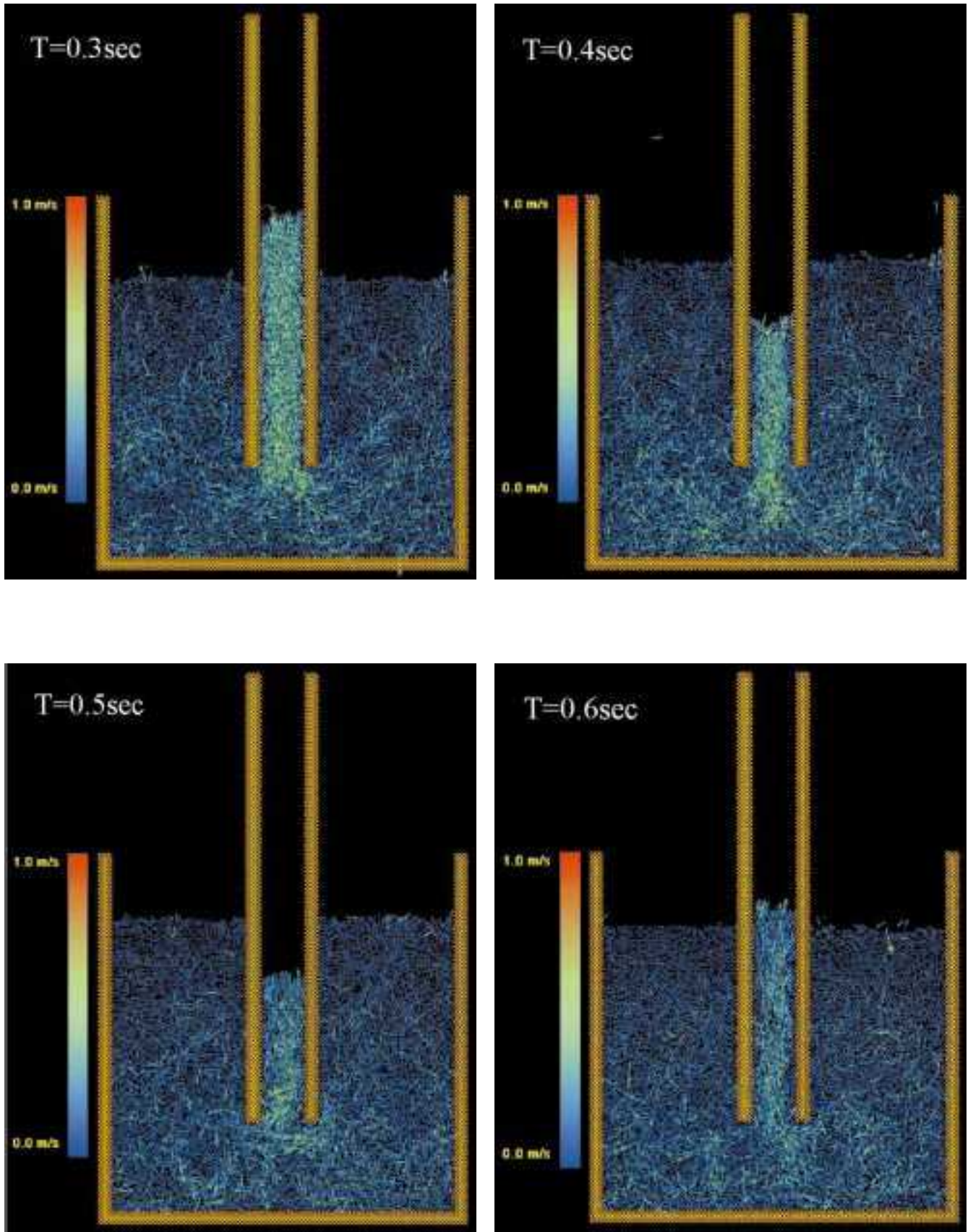


Fig.8 流速の計算結果  
The calculation result of flow velocity

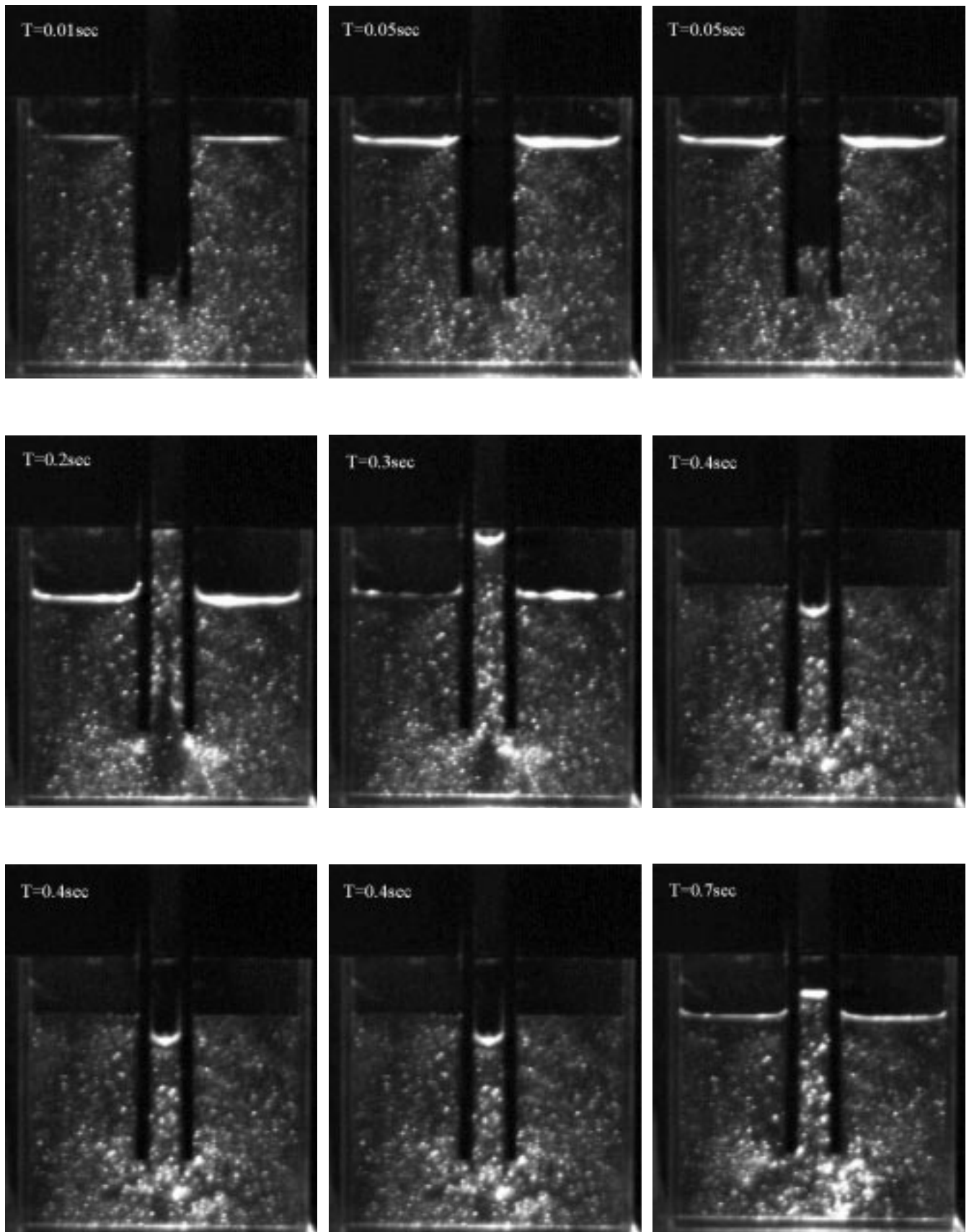


Fig.9 可視化実験による水面とトレーサ粒子の移動過程

The transfer process of the free water surface and the tracer particle by visibilitization experiment



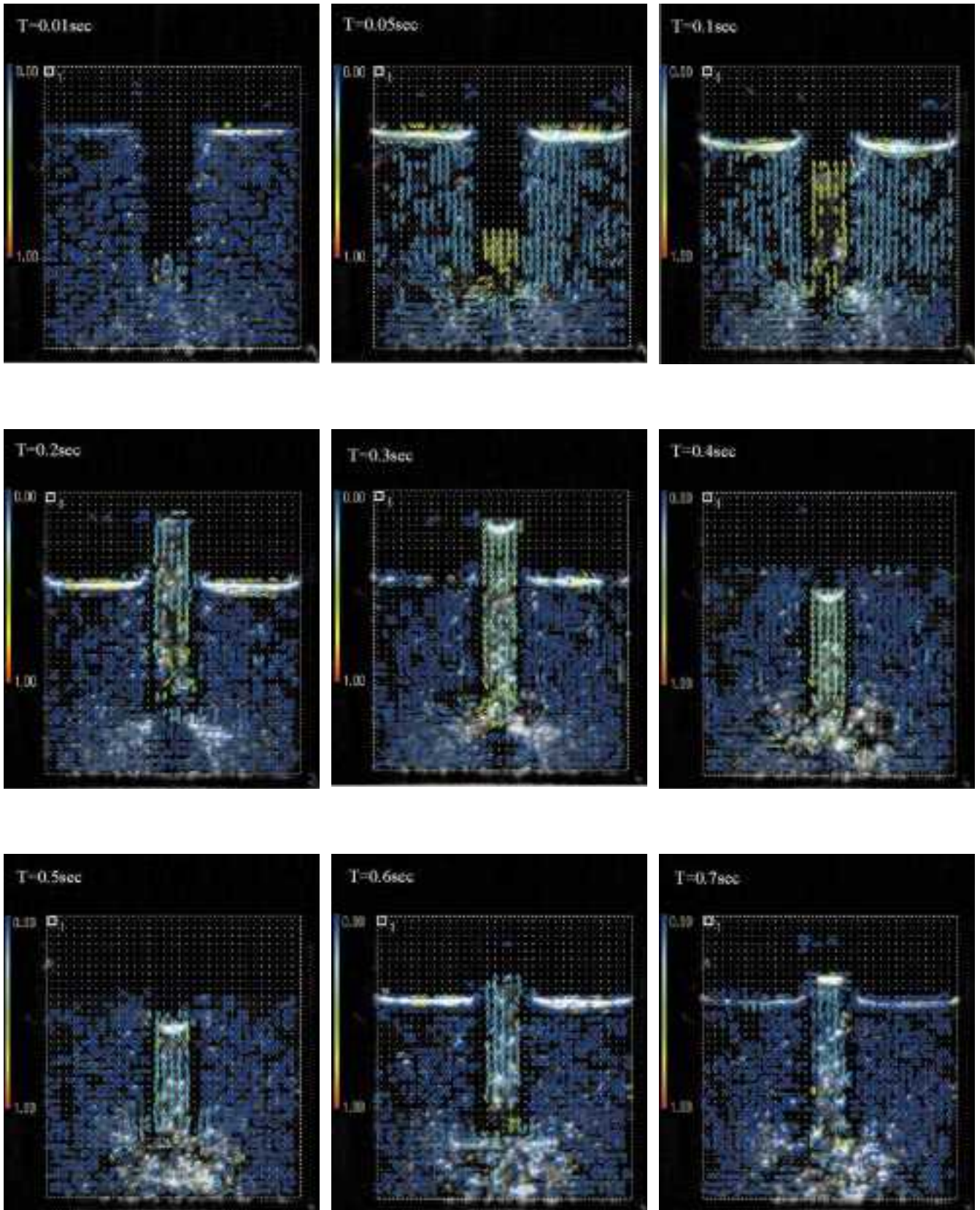


Fig.10 流速の計測結果  
The measuring result of flow velocity

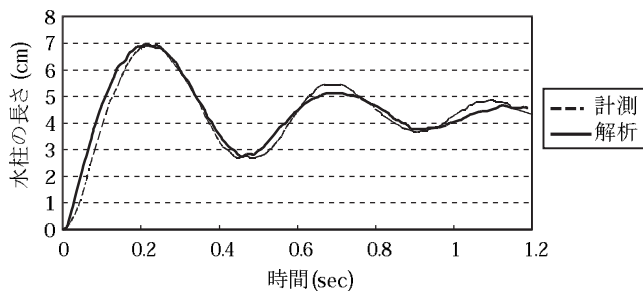


Fig.11 単管水路内の水柱の長さの時間変化  
The time series change of the length of the water column in single cylinder

## VII 結 言

水槽に立てられた単管水路の水面が、振動する現象について、粒子法による数値解析を行った。また、その流れの水理実験を可視化によって、水面の形状、流速分布、および単管水路の水柱高さの時間的変化を求め、その結果は良好な一致を示し、計算手法の有効性が確認できた。

解析による圧力の計算結果から、計算初期において、単管水路内の水圧が非常に小さく、単管水路の下端部と水槽内の水圧差が大きいが、計算時間が進行するにつれて、単管水路内の水圧分布が水槽内の水圧分布と同様になり、水圧差はなくなることが表された。この水圧差の大きさが、単管水路内の水面が上昇する高さを決める主要因の一つであると推察された。

## 参考文献

- 1) 後藤仁志・林稔・酒井哲郎 (2001): 固液二層流型 MPS法による波・底泥相互干渉の数値解析, 海岸工学論文集, 第48巻, p. 1-5
- 2) 姫野武洋・渡辺紀徳 (1999): 微少重力環境における気液界面挙動の数値解析, 日本機械学会論文集, 65巻, 635号, p. 147-154
- 3) Koshizuka, S. and Oka, Y. (1996): Moving-Particle Aemi-implicit Method for Fragmentation for Incompressible Fluid, Nuclear science and engineering, 123, p. 421-434
- 4) 越塚誠一: 数値流体力学, 培風館, p. 163-178
- 5) Koshizuka, S. Nobe, A. and Oka, Y. (1998): Numerical analysis of breaking waves using the moving particle semi-implicit method, International journal for numerical methods in fluid, p. 751-769
- 6) 越塚誠一・太田光二・岡芳明 (1998): MPS法による凝固を伴う熱流動の数値解析, 計算工学講演会論文集, vol.3, p. 227-130
- 7) ラッフエル, M. ヴィラート, C. コンペンハンス, J. (2000): PIVの基礎と応用, シュプリンガー・フェアラーク東京, p. 59-74
- 8) 田中良和・島武男・中達雄 (2001): CaCO<sub>3</sub>スケール生成作用に及ぼす水路流動システムの影響, 農業土木学会大会講演会講演要旨集, p. 546-547
- 9) Tanaka, Y. Mukai, A. and Naka, T. (2003): Prediction of CaCO<sub>3</sub> scale in the flow into irrigation systems - The simulation of the effect of pressure based on lagrange fluid analysis, 1st IWA conference on scaling and corrosion in water and wastewater systems, p. 199-206
- 10) 田中良和・向井章恵・中達雄 (2003a): 農業水利施設における炭酸カルシウムスケールの生成予測手法の開発, 農業土木学会大会講演会講演要旨集, p. 698-699
- 11) 田中良和・向井章恵・樽屋啓之 (2003b): MPS法による炭酸カルシウムスケールの生成予測手法の開発, 第16回計算力学講演会講演論文集, p. 979-980
- 12) 田中良和・向井章恵・中達雄 (2003c): 粒子法のプリプロセッサの構築, 計算工学講演会論文集, 第8巻, 第1号, p. 137-140
- 13) 田中良和・向井章恵・樽屋啓之 (2003d): MPS法における流入・流出境界のある3次元流れ解析のためのプリポストプロセッサの開発, 第16回計算力学講演会講演論文集, p. 981-982

## The flow analysis in perpendicularly made pipe

TANAKA Yoshikazu, MUKAI Akie and TARUYA Hiroyuki

### Summary

The water surface in perpendicularly made pipe became higher than water surface of the tank. The MPS method is one of the particle method. The numerical analysis by particle method was carried out in respect of that phenomenon. The MPS method was used in order to analyze the incompressible fluid. In the MPS method, the improvement was carried out in judging method of free water surface and particle layout of the initial condition in order to suppress the pressure vibration, because the calculation result of the pressure vibrates has been known in MPS method. In addition, the model affected surface tension in the free water surface was introduced, because the surface tension excels at free water surface in the pipe of small-diameter. Next, The flow visualization experiment was carried out with experimental equipment of the same dimension as analysis condition in order to verify the analysis result. As the result, shape of free water surface, flow distribution, and time series change of the length of water column in the pipe in the analysis agreed well with the experimental result. Therefore, the validity of the analysis method was able to be confirmed. It is guessed that the element which causes this flow phenomenon is the water pressure difference of the lower end division of pipe and in the tank from the pressure distribution of analytical result. Also, it is guessed that the energy loss which the escaped fluid from the lower end division of pipe produces large vortex is one of causes which the vibration of water surface of the pipe attenuates when the time passes.

Key Words: particle method, MPS, particle image velocimetry, PIV